**Подборка заданий для курса: “Финансовая математика: задачи для подготовки к ЕГЭ”**

Материал подготовил:

Гусельникова Т.В.

учитель математики

МАОУ “СОШ № 147

г. Челябинска”

**Урок 1**

**Работа с процентами. Простые и сложные проценты.**

1. Найдите 20% от числа 200.
2. Сколько процентов составляет число 10 от числа 200.
3. Найдите число, которое на 30% больше, чем число 200.
4. Чайник стоил 2000 рублей. В течение двух лет его стоимость увеличивалась на 10% каждый год. Найдите новую цену чайника через 2 года.
5. Товар стоил **S** рублей. В течение каждого из следующих трех лет, он дорожал на **р**%. Какой будет стоимость товара через 3 года.
6. За 2 недели до Черной Пятницы товар стоил **Х** рублей. За неделю до Черной Пятницы магазин поднял цену товара на **р**%, чтобы в Черную Пятницу снизить его стоимость на эти же **р**%. В результате товар в Черную Пятницу стал стоить на 1% дешевле, чем за две недели до нее. На сколько процентов магазин поднял цену?

**Задачи на вклады**

1. В банк был положен вклад под 10% годовых. Через год, после начисления процентов, вкладчик снял со счета 2000 рублей, а еще через год, после начисления процентов, положил 2000 рублей обратно. Вследствие этих действий, через три года после открытия вклада, вкладчик получил сумму меньше той, которую мог получить без снятия. На сколько рублей меньше запланированной суммы он получил?
2. Владимир поместил в банк 3600 тыс. рублей под 10% годовых. В конце каждого из первых двух лет хранения, после начисления процентов, он дополнительно вносил на счет одну и ту же фиксированную сумму. К концу третьего года, после начисления процентов, оказалось, что размер вклада увеличился, по сравнению с первоначальным, на 48,5%. Какую сумму Владимир ежегодно добавлял на вклад?
3. По вкладу А банк в конце каждого года планирует увеличивать на 17% сумму, имеющуюся на вкладе в начале года. По вкладу Б – увеличивать эту сумму на 9% в первый год и на целое число **n**% во второй год. Найдите наименьшее значение **n**, при котором за 2 года хранения вклад Б окажется выгоднее вклада А при одинаковых суммах первоначального взноса.

**ДЗ к уроку 1**

1. Пусть товар стоил 1000 рублей. В течение двух лет товар каждый год дорожал на 10 процентов. Записать формулу для новой стоимости товара и с ее помощью вычислить новую стоимость.
2. Вася открыл вклад на **S** рублей, какая сумма будет на вкладе через 3 года, если ежегодно эта сумма увеличивается на **p**%? Решить задачу в общем виде.
3. В 2008 году в городском квартале проживало 40000 человек. В 2009 году в результате строительства новых домов, число жителей выросло на 10%, а в 2010 уменьшилось на 10% в результате сноса старых. Сколько человек стало проживать в квартале в 2010 году?
4. В банк был положен вклад под 10% годовых. Через год, после начисления процентов, вкладчик снял со счета 2000 рублей, а еще через год (опять после начисления процентов) снова внес 2000 рублей. Вследствие этих действий, через три года со времени открытия вклада, вкладчик получил меньше запланированной суммы (если бы не было промежуточных операций). На сколько рублей меньше запланированной суммы он получил?
5. В 2008 году магазин выставил товар по исходной цене. В 2010 году в связи с курсом доллара стоимость товара увеличилась на некоторое количество процентов, а в 2012 году из-за устаревания товара уменьшилась на такое же количество процентов. На сколько процентов изменялась цена товара, если в результате он стал стоить на 4% дешевле, чем стоил в 2008 году?

Урок 2

**Типы платежей**

1. Анатолий хочет взять кредит в банке на 100 рублей, на 3 месяца, под 20% ежемесячно. Выбирает между двумя видами платежей: 1вид – выплаты подбираются так, чтобы долг уменьшался равномерно все три месяца; 2 вид – делается три равные выплаты в каждый месяц. Какой вид выплаты выгоднее?

**Способы преобразования вычислений**

1. Отработать схему дифференцированного платежа с использованием арифметической прогрессии: кредит взят на 100 рублей, под 10%, на 4 месяца. Найти сумму, уплаченную банку.
2. Отработать схему аннуитетного платежа с использованием геометрической прогрессии: кредит взят на 12996 рублей, под 10%, на 4 месяца. Выразить ежемесячную выплату.
3. Найти Х :

6902000∙ – Х ( + + 1,125 + 1) = 0.

**ДЗ к уроку 2**

Решить уравнения, используя арифметическую или геометрическую прогрессию:

1. x ⋅ (1+ + + + + ) = 0,035;
2. х ∙ (1 + 1,1 + + ) = 9282000 ∙

По условию задачи определить тип платежа по кредиту (задачу решать не нужно):

1. Антон взял кредит в банке на срок 6 месяцев. В конце каждого месяца общая сумма оставшегося долга увеличивается на одно и то же число процентов (месячную процентную ставку), а затем уменьшается на сумму, уплаченную Антоном. Суммы, выплачиваемые в конце каждого месяца, подбираются так, чтобы в результате сумма долга каждый месяц уменьшалась равномерно, то есть на одну и ту же величину. Общая сумма выплат превысила сумму кредита на 63%. Найдите месячную процентную ставку.
2. В июле планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг возрастает на 31% по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга, равную 69 690 821 рубль. Сколько рублей было взято в банке, если известно, что он был полностью погашен тремя равными платежами (то есть за три года)?

1. 31 декабря 2014 года Тимофей взял в банке 7 007 000 рублей в кредит под 20% годовых. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 20%), затем Тимофей переводит в банк платёж. Весь долг Тимофей выплатил за 3 равных платежа. На сколько рублей меньше он бы отдал банку, если бы смог выплатить долг за 2 равных платежа?

По условию задачи определить тип кредита и составить схему выплат по кредиту (дальнейшее решение записывать не нужно):

1. 31 декабря 2014 года Алексей взял в банке 6 902 000 рублей в кредит под 12,5% годовых. Схема выплаты кредита следующая: — 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 12,5%), затем Алексей переводит в банк X рублей. Какой должна быть сумма X, чтобы Алексей выплатил долг четырьмя равными платежами (то есть за четыре года)?
2. 31 декабря 2014 года Пётр взял в банке некоторую сумму в кредит под некоторый процент годовых. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на а%), затем Пётр переводит очередной транш. Если он будет платить каждый год по 2592 000 рублей, то выплатит долг за 4 года. Если по 4 392 000 рублей, то за 2 года. Под какой процент Пётр взял деньги в банке?
3. Сергей взял кредит в банке на срок 9 месяцев. В конце каждого месяца общая сумма оставшегося долга увеличивается на 12%, а затем уменьшается на сумму, уплаченную Сергеем. Суммы, выплачиваемые в конце каждого месяца, подбираются так, чтобы в результате сумма долга каждый месяц уменьшалась равномерно, то есть на одну и ту же величину. Сколько процентов от суммы кредита составила сумма, уплаченная Сергеем банку сверх кредита?

Урок 3

**Кредиты с аннуитетными (равными) платежами**

1. 31 декабря 2014 года Д. берет кредит в банке на 4 290 000 рублей под 14,5 % годовых. Схема выплаты кредита такова: 31 декабря банк начисляет проценты на оставшуюся часть долга, затем Д. перечисляет в банк **Х** рублей. Какова должна быть сумма **Х**, чтобы Д. выплатил долг двумя равными платежами (то есть за 2 года)?
2. В июле планируется взять кредит на сумму 69 510 рублей. Условия его возврата таковы: - каждый январь долг возрастает на 10% по сравнению с концом предыдущего года; - с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить некоторую часть долга. На сколько рублей больше придется отдать в случае, если кредит будет полностью погашен тремя равными платежами (то есть за три года) по сравнению с погашением кредита равными платежами за два года?
3. В июле 2022 года планируется взять кредит на сумму 419 375 рублей. Условия возврата таковы: - в январе каждого года долг увеличивается на 20% по сравнению с предыдущим годом; - с февраля по июнь нужно выплатить часть долга одним платежом. Сколько рублей будет выплачено банку, если известно, что кредит будет полностью погашен четырьмя равными платежами (то есть за 4 года)?
4. В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на 147 000 рублей. Условия возврата таковы: - каждый январь долг должен возрастать на **r**% по сравнению с концом предыдущего года; - с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга одним платежом. Известно, что если ежегодно выплачивать по 84 700 рублей, то кредит будет полностью погашен за 2 года. Найти число **r?**

ДЗ к уроку №3

**Простой аннуитетный платеж**

1. В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на сумму 147 000 рублей. Условия его возврата таковы: — каждый январь долг увеличивается на 10% по сравнению с концом предыдущего года; — с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга. Сколько рублей будет выплачено банку, если известно, что кредит будет полностью погашен двумя равными платежами, то есть за два года.
2. 31 декабря 2018 года Ваня взял в банке кредит под 20% годовых. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 20%), затем Ваня переводит в банк платёж. Весь долг Ваня выплатил за 2 равных платежа по 144т.р. Какую сумму Ваня взял в кредит?
3. 31 декабря 2018 года Ваня взял в микрофинансовой организации кредит на сумму 5,8 т.р. на 2 месяца под загадочные p% ежемесячно. Схема выплаты кредита следующая: 31 числа каждого следующего месяца начисляются проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на p%), затем Ваня переводит платёж. Весь долг Ваня выплатил за 2 равных платежа по 7, 22 т.р. Под какой процент был взят кредит?
4. В июле 2018 года планируется взять кредит в банке. Условия его возврата таковы: — каждый январь долг увеличивается на 20% по сравнению с концом предыдущего года; — с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга. Сколько рублей необходимо взять в банке, если известно, что кредит будет полностью погашен четырьмя равными платежами, и банку будет выплачено 311 040 рублей?
5. 31 декабря 2014 года Ярослав взял в банке некоторую сумму в кредит под 12,5%годовых. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 12,5%), затем Ярослав переводит в банк 2132325 рублей. Какую сумму взял Ярослав в банке, если он выплатил долг четырьмя равными платежами (то есть за четыре года)?

Урок 4

**Более сложные задачи на аннуитетный платеж**

1. 1 января 2015 года Павел взял в банке 1 млн. рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая: 1 числа каждого следующего месяца банк начисляет 1% на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 1%), затем Павел переводит в банк платеж. На какое минимальное количество месяцев Павел может взять кредит, чтобы ежемесячные выплаты были не более 125 000 рублей?
2. Тимофей хочет взять в кредит 1,1 млн. рублей. Погашение кредита происходит раз в год равными суммами (кроме, может быть, последней) после начисления процентов. Ставка – 10% годовых. На какое минимальное количество лет Тимофей может взять кредит, чтобы ежегодные выплаты были не более 270 000 рублей?
3. В июле планируют взять кредит на 1 342 000 рублей. Условия его возврата таковы: - каждый январь долг возрастает на 20% по сравнению с концом предыдущего года; - с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить некоторую часть долга. На сколько рублей больше придется отдать в случае, если кредит будет полностью погашен четырьмя равными платежами (то есть за 4 года), по сравнению с погашением кредита за 2 года?
4. В июне 2020 года планируют взять кредит на некоторую сумму. Условия возврата таковы: - в январе каждого года долг увеличивается на 30% по сравнению с предыдущим годом; - с февраля по июнь нужно выплатить часть долга одним платежом. Определите, на какую сумму взяли кредит в банке, если известно, что кредит был выплачен тремя равными платежами (то есть за три года) и общая сумма выплат на 78 030 рублей больше суммы взятого кредита.

ДЗ к уроку №4

**Более сложные задачи с аннуитетными платежами**

1. 31 декабря 2014 года Тимофей взял в банке 7 007 000 рублей в кредит под 20% годовых. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 20%), затем Тимофей переводит в банк платёж. Весь долг Тимофей выплатил за 3 равных платежа. На сколько рублей меньше он бы отдал банку, если бы смог выплатить долг за 2 равных платежа?
2. 1 января 2010 года Ваня взял в банке 100 000 рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая: 1 числа каждого следующего месяца банк начисляет 2 процента на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 2%), затем Ваня переводит в банк платёж. На какое минимальное количество месяцев Ваня может взять кредит, чтобы ежемесячные выплаты были не более 20 тыс. рублей?
3. 1 января 2010 года Иван взял в банке 100 000 рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая: 1 числа каждого следующего месяца банк начисляет 10 процентов на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 10%), затем Иван переводит в банк платёж. На какое минимальное количество месяцев Иван может взять кредит, чтобы ежемесячные выплаты были не более 50 тыс. рублей?
4. В июле 2020 года планируется взять кредит на некоторую сумму. Условия возврата таковы:

— в январе каждого года долг увеличивается на 30% по сравнению с предыдущим годом;

— с февраля по июнь нужно выплатить часть долга одним платежом. Определите, на какую сумму взяли кредит банке, если известно, что кредит был выплачен тремя равными платежами (за 3 года) и общая сумма выплат на 156 060 рублей больше суммы взятого кредита.

Урок 5

**Кредиты с дифференцированными платежами**

1. 15 января планируется взять кредит в банке на 9 месяцев. Условия его возврата таковы: - первого числа каждого месяца долг возрастает на **r**% по сравнению с концом предыдущего месяца; - со 2-го по 14-ое число месяца необходимо выплатить часть долга; - 15 числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15 число предыдущего месяца. Известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита на 25% больше суммы взятой в кредит. Найдите **r**.
2. 15 января планируется взять кредит в банке на сумму 2,4 млн. рублей на 24 месяца. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;

- со 2-го по 14-ое число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

- 15 числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-ое число предыдущего месяца.

Какую сумму нужно выплатить банку в первые 12 месяцев?

1. 15 января планируют взять кредит в банке на 24 месяца. Условия возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;

- со 2-го по 14-ое число выплачивается часть долга;

- 15 числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга предыдущего месяца.

Известно, что в течение первого года кредитования нужно вернуть банку 2 466 тыс. рублей. Какую сумму нужно выплатить банку за последние 12 месяцев?

1. В июле планируют взять кредит в банке на сумму 3 млн. рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия возврата таковы: - каждый январь долг возрастает на 20% по сравнению с концом предыдущего года; - с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга; - в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года. Чему будет равна общая сумма выплат после полного погашения кредита, если наименьший годовой платеж составит 0,24 млн. рублей (Считается, что округление при вычислении платежей не производится).

ДЗ к уроку №5

**Базовые задачи на кредиты с дифференцированными платежами**

1. 15-го января планируется взять кредит в банке на девять месяцев на 1млн. рублей. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 5% по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Чему будет равна общая сумма выплат после полного погашения кредита?

1. 15-го января планируется взять кредит в банке на 19 месяцев.

Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возврастает на 5% по сравнению с

концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть

долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

На какую сумму был взят кредит, если известно, что общая сумма

выплат после полного погашения кредита равна 225 тыс. рублей.?

1. 15-го января планируется взять кредит в банке на сумму 2,4 млн рублей на 24 месяца. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с

концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть

долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Какую сумму нужно выплатить банку в первые 6 месяцев?

1. Жанна взяла в банке в кредит 1,2 млн рублей на срок 24 месяца. По договору Жанна должна вносить в банк часть денег в конце каждого месяца. Каждый месяц общая сумма долга возрастает на 2%, а затем уменьшается на сумму, уплаченную Жанной банку в конце месяца. Суммы, выплачиваемые Жанной, подбираются так, чтобы сумма долг уменьшалась равномерно, то есть на одну и ту же величину каждый месяц. Какую сумму Жанна выплатит банку в течение первого года кредитования?
2. В июле планируется взять кредит в банке на сумму 9 млн рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг возрастает на 20% по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;

— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

Чему будет равна общая сумма выплат после полного погашения кредита, если наибольший годовой платёж составит 3,6 млн рублей?

Урок № 6

**Более сложные задачи на дифференцированные платежи**

1. 15 января планируют взять кредит в банке на некоторое количество месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;

- со 2-го по 14-ое число каждого месяца выплачивается часть долга;

- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-ое число предыдущего месяца.

На сколько месяцев можно взять кредит, если известно, что общая сумма выплат после погашения кредита на 30% больше суммы взятой в кредит?

1. В июле планируют взять кредит в банке на сумму 6 млн. рублей, на срок 15 лет. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на **Х**% по сравнению с концом предыдущего года;

- с февраля по июнь выплачивается часть долга;

- каждый июль долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль месяц предыдущего года.

Найдите **Х,** если известно, что наибольший платеж по кредиту составит не более 1,9 млн. рублей, а наименьший – не менее 0,5 млн. рублей.

1. 15 декабря планируют взять кредит в банке на 1200 тыс. рублей на **(n+1)** месяц. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на **r** % по сравнению с концом предыдущего года;

- со 2-го по 14-ое число каждого месяца выплачивается часть долга;

- 15-го числа каждого месяца с 1-го по **n**-ый долг должен быть на 80 тыс. рублей меньше долга на 15-ое число предыдущего месяца;

- 15-го числа **n**-ого месяца долг долг составит 400 тыс. рублей;

- 15-го числа **(n+1)** – го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Найдите **r**, если известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита составит 1288 тыс. рублей.

1. 15 декабря планируют взять кредит в банке на 600 тыс. руб на 26 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 1% по сравнению с концом предыдущего месяца;

- со 2-го по 14-ое число каждого месяца выплачивается часть долга;

- 15-го числа с 1 по 25 месяц долг должен уменьшаться на одну и ту же сумму;

- 15 числа 26 месяца кредит должен быть полностью погашен.

Сколько тыс. рублей составит долг на 15 число 25 месяца, если всего было выплачено 691 тыс. рублей?

ДЗ к уроку №6

**Более сложные задачи на дифференцированный платеж**

1. 15-го января планируется взять кредит в банке на несколько месяцев.

Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 5% по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

На сколько месяцев можно взять кредит, если известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита на 25% больше суммы, взятой в кредит.

1. 15 января планируется взять кредит в банке на 2 года. Условия его возврата таковы:

-1-го числа каждого месяца долг возрастает на 1% по сравнению с концом предыдущего месяца;

-со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

-15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что за 15-ый месяц кредитования нужно выплатить 44 тыс.

рублей. Сколько рублей нужно будет вернуть банку в течение всего срока кредитования?

1. 15-го декабря планируется взять кредит в банке на 21 месяц. Условия

возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца с 1-го по 20-й долг должен быть на 30 тысяч рублей меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;

— к 15-му числу 21-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Какую сумму планируется взять в кредит, если общая сумма выплат после полного его погашения составит 1604 тысяч рублей?

1. 15-го декабря планируют взять кредит в банке на 1 000 000 рублей на **(n + 1)** месяц. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на **r** % по сравнению с концом предыдущего месяца;

— cо 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца с 1-го по **n**-й долг должен быть на 40 тысяч рублей меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;

— 15-го числа **n**-го месяца долг составит 200 тысяч рублей;

— к 15-му числу **(n + 1)-**го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Найдите **r**, если известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита составит 1378 тысяч рублей.

1. 15-го декабря планируется взять кредит в банке на 600 000 рублей на

**(n + 1)** месяц. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3 % по сравнению с концом предыдущего месяца;

— cо 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца с 1-го по **n**-й долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;

— 15-го числа **n**-го месяца долг составит 200 тысяч рублей;

— к 15-му числу **(n + 1)-**го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Найдите **n**, если известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита составит 852 тысячи рублей.

1. В июле планируется взять кредит в банке на сумму 8 млн. рублей на срок 4 года. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг возрастает на **r** % по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;

— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

Найдите **r**, если известно, что наибольший годовой платёж по кредиту

составит не более 4 млн. рублей, а наименьший — не менее 2,5 млн. рублей.

Урок № 7

**Другие типы кредитов (комбинированные задачи)**

1. Александр решил взять кредит в банке на 331 000 рублей на 3 месяца под 10% в месяц. Существует две схемы выплат кредита. По первой схеме банк в конце каждого месяца начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 10%), затем Александр переводит в банк фиксированную сумму и в результате выплачивается весь долг тремя равными платежами (аннуитетный платеж). По второй схеме сумма долга в конце каждого месяца увеличивается на 10%, затем уменьшается на сумму, уплаченную Александром, причем суммы выплат подбираются так, чтобы сумма долга уменьшалась равномерно на одну и ту же величину. Какую схему выгоднее взять Александру и сколько рублей составит эта выгода?
2. В июле 2016 года планируют взять кредит 6,6 миллионов рублей. Условия возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на **r** % по сравнению с концом предыдущего года;

- с февраля по июнь необходимо выплатить часть долга;

- в июле 2017,2018 и 2019 годов долг остается равным 6,6 миллионов рублей;

- суммы выплат 2020 и 2021 годов должны быть равны.

Найдите **r**, если 2021 году долг будет выплачен полностью и общие выплаты составят 12,6 миллионов рублей.

1. Планируются взять льготный кредит на целое число миллионов рублей на 4 года. В середине каждого года действия кредита долг заемщика возрастает на 20% по сравнению с началом года. В конце первого и второго годов заемщик выплачивает только проценты по кредиту, оставляя долг неизменно равным первоначальному. В конце третьего и четвертого годов заемщик выплачивает одинаковые суммы, погашая весь долг полностью. Найдите наибольший размер кредита, при котором общая сумма выплат заемщика будет меньше 10 миллионов рублей.
2. Валентин кладет в банк 1 000 000 рублей под 10% годовых на четыре года (процент начисляется один раз после истечения года) с правом докладывать три раза (в конце каждого года после начисления процентов) на счет фиксированную сумму 133 000 рублей. Какая максимальная сумма может быть на счете у Валентина через 4 года?
3. Георгий взял кредит в банке на сумму 804 000 рублей выплаты кредита следующая. В конце каждого года банк увеличивает на 10% оставшуюся сумму долга, а затем Георгий переводит в банк свой очередной платеж. Известно, что Георгий погасил кредит за 3 года, причем каждый его следующий платеж был ровно вдвое меньше предыдущего. Какую сумму Георгий заплатил в третий раз? Ответ дайте в рублях.
4. По бизнес – плану четырех летний проект предполагает начальное вложение 25 миллионов рублей. По итогам каждого года планируется прирост вложенных средств на 20% по сравнению с началом года. Начисленные проценты остаются вложенными в проект. Кроме этого, сразу после начисления процентов, нужны дополнительные вложения:

целое число **n** миллионов рублей в первый и во второй годы, а также целое число **m** миллионов рублей в третий и четвертый годы. Найдите наименьшее значение **n**, при котором первоначальные вложения за два года как минимум удвоятся, и наименьшее значение **m** такое, что при найденном ранее значении **n** первоначальные вложения за четыре года вырастут как минимум в четыре раза.

Домашнее задание к уроку № 7

**Другие типы кредитов (комбинированные)**

1. Анатолий решил взять кредит в банке 210 000 рублей на 2 месяца под 10% в месяц. Существуют две схемы выплаты кредита. По первой схеме банк в конце каждого месяца начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 10%), затем Анатолий переводит в банк фиксированную сумму и в результате выплачивает весь долг двумя равными платежами (аннуитетные платежи). По второй схеме сумма долга в конце каждого из двух месяцев также увеличивается на 10%, а затем уменьшается на сумму, уплаченную Анатолием. Суммы, выплачиваемые в конце каждого месяца, подбираются так, чтобы в результате сумма долга каждый месяц уменьшалась равномерно, то есть на одну и ту же величину (дифференцированные платежи). Какую схему выгоднее выбрать Анатолию? Сколько рублей будет составлять эта выгода?
2. 31 декабря 2014 года Валерий взял в банке 1 млн. рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на определённое количество процентов), затем Валерий переводит очередной транш. Валерий выплатил кредит за два транша, переводя в первый раз 660 тыс. рублей, во второй — 484 тыс. рублей. Под какой процент банк выдал кредит Валерию?
3. Светлана Михайловна взяла кредит в банке на 4 года на сумму 4 420 000 рублей. Условия возврата кредита таковы: в конце каждого года банк увеличивает текущую сумму долга на 10 %. Светлана Михайловна хочет выплатить весь долг двумя равными платежами ― в конце второго и четвертого годов. При этом платежи в каждом случае выплачиваются после начисления процентов. Сколько рублей составит каждый из этих платежей?
4. Планируется выдать льготный кредит на целое число миллионов рублей на пять лет. В середине каждого года действия кредита долг заемщика возрастает на 20% по сравнению с началом года. В конце 1-го, 2-го и 3-го годов заемщик выплачивает только проценты по кредиту, оставляя долг неизменно равным первоначальному. В конце 4-го и 5-го годов заемщик выплачивает одинаковые суммы, погашая весь долг полностью. Найдите наибольший размер кредита, при котором общая сумма выплат заемщика будет меньше 10 млн. рублей.
5. По бизнес-плану предполагается изначально вложить в четырёхлетний проект 10 млн. рублей. По итогам каждого года планируется прирост вложенных средств на 15% по сравнению с началом года. Начисленные проценты остаются вложенными в проект. Кроме этого, сразу после начислений процентов нужны дополнительные вложения: по целому числу **n** млн. рублей в первый и второй годы, а также по целому числу **m** млн. рублей в третий и четвёртый годы. Найдите наименьшие значения **n** и **m**, при которых первоначальные вложения за два года как минимум удвоятся, а за четыре года как минимум утроятся.

Урок № 8

**Другие типы кредитов (часть 2)**

1. В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на 4 года в размере **S** млн. рублей, где **S** – целое число. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 25% по сравнению с концом предыдущего года;

- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;

- в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Месяц и год | Июль 2020 | Июль 2021 | Июль 2022 | Июль 2023 | Июль 2024 |
| Долг  (млн. руб) | **S** | **0,8 S** | **0,6 S** | **0,4 S** | **0** |

Найдите наибольшее значение **S,** при которомобщая сумма выплат будет меньше 50 млн. рублей.

1. В июле 2026 года планируется взять кредит в банке на 3 года в размере **S** млн. рублей, где **S** – целое число. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 20% по сравнению с концом предыдущего года;

- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;

- в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Месяц и год | Июль 2026 | Июль 2027 | Июль 2028 | Июль 2029 |
| Долг  (млн. руб) | **S** | **0,8 S** | **0,4 S** | **0** |

Найдите наибольшее значение **S,** при которомкаждая из выплат будет меньше 5 миллионов рублей.

1. В июле 2016 года планируется взять кредит в банке на 3 года в размере **S** тыс. рублей, где **S** – натуральное число. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 15% по сравнению с концом предыдущего года;

- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;

- в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Месяц и год | Июль 2016 | Июль 2017 | Июль 2018 | Июль 2019 |
| Долг  (млн. руб) | **S** | **0,7 S** | **0,4 S** | **0** |

Найдите наименьшее значение **S,** при которомкаждая из выплат будет составлять целое число тысяч рублей.

1. В июле 2021 года планируют взять кредит на сумму 21 млн. рублей на 7 лет (последняя выплата запланирована в 2028 году). Условия его возврата таковы:

- пока долг больше половины, каждый январь он возрастает на **р** % по сравнению с концом предыдущего года;

- если долг не превышает половины исходной суммы, то каждый январь долг возрастает на 6% по сравнению с концом предыдущего года;

- с февраля по июнь нужно выплатить часть долга;

- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

Найдите **р**, если общая сумма выплат составит 24,72 млн. рублей.

ДЗ к уроку №8

**Другие типы кредитов**

1. 15-го января планируется взять кредит в банке на шесть месяцев в размере 1 млн. рублей. Условия его возврата таковы: — 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на r процентов по сравнению с концом предыдущего месяца, где **r** — целое число; — со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга; — 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Месяц и год | 15.01 | 15.02 | 15.03 | 15.04 | 15.05 | 15.06 | 15.07 |
| Долг  (млн. руб) | **1** | **0,6** | **0,4** | **0,3** | **0,2** | **0,1** | **0** |

Найдите наибольшее значение **r**, при котором общая сумма выплат будет меньше 1,2 млн. рублей.

1. В июле 2016 года планируется взять кредит в банке на три года в размере **S** млн. рублей, где **S** — целое число. Условия его возврата таковы:

− каждый январь долг увеличивается на 25% по сравнению с концом предыдущего года;

− с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;

− в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Месяц и год | Июль 2016 | Июль 2017 | Июль 2018 | Июль 2019 |
| Долг  (млн. руб.) | **S** | **0,7 S** | **0,4 S** | **0** |

Найдите наименьшее значение S, при котором каждая из выплат будет

больше 5 млн. рублей.

1. В июле 2016 года планируется взять кредит в банке на три года в размере **S** млн. рублей, где **S** — целое число. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг увеличивается на 30 % по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;

— в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Месяц и год | Июль 2016 | Июль 2017 | Июль 2018 | Июль 2019 |
| Долг  (млн. руб.) | **S** | **0,6 S** | **0,25 S** | **0** |

Найдите наибольшее значение **S**, при котором каждая из выплат будет меньше 5 млн. рублей.