**Формулы сокращенного умножения:**

Квадрат суммы

***(a + b)2 = a2 + 2ab + b2***

Квадрат разности

***(a - b)2 = a2 - 2ab + b2***

Разность квадратов

***a2 – b2 = (a + b)(a – b)***

Куб суммы

***(a + b)3 = a3 + 3a2b + 3ab2 + b3***

Куб разности

***(a - b)3 = a3 - 3a2b + 3ab2 - b3***

Сумма кубов

***a3 + b3 = (a + b)( a2 - ab + b2)***

Разность кубов

***a3 – b3 = (a – b)( a2 + ab + b2)***

**Арифметическая прогрессия**

Последовательность, у которой задан первый член ***a1***, а каждый следующий равен предыдущему, сложенному с одним и тем же числом ***d***, называется арифметической прогрессией:

***an+1 = an + d*,** где ***d*** – разность прогрессии.

|  |  |
| --- | --- |
| ***an = a1 + d(n – 1)*** | ***an = ak + d(n – k)*** |
| ***2an = an-1 + an+1*** | ***an + am = ak + al, если n + m = k + l*** |
|  |  |

**Геометрическая прогрессия**

Определение: Последовательность, у которой задан первый член ***b1 ≠ 0***, а каждый следующий равен предыдущему, умноженному на одно и то же число ***q ≠ 0***, называется геометрической прогрессией:

 ***bn+1 = bn q***, где ***q*** – знаменатель прогрессии.

|  |  |
| --- | --- |
| ***bn = b1 qn – 1*** | ***bn = bk qn – k*** |
| ***bn2 = bn-1 bn+1*** | ***bn bm = bk bl, если n + m = k + l*** |
|  | Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия |

**Степень**

Определение

, если n – натуральное число

a – основание степени, n - показатель степени

 

 Формулы

 

 

**Арифметический квадратный корень**

**Определение**

Арифметическим квадратным корнем из неотрицательного числа *a* - () - называется неотрицательное число, квадрат которого равен *a*.

   

Корнем *k*–ой степени из *a* (*k* - нечетное) называется число, *k*-ая степень которого равна *a*.





**Квадратное уравнение:**

***ax2 + bx + c = 0***

Дискриминант: ***D = b2 – 4ac***

то уравнение

***x ∈ ∅***

***x1***

***x1; x2***

не имеет корней

имеет один корень

имеет два корня

***D < 0***

***D = 0***

# D > 0

Если

**Теорема Виета**

Приведенное квадратное уравнение: ***x2 + px + q = 0***

***x1 + x2  = - p***

***x1 ⋅ x2  = q***

x1+x2 = -b/a

 x1⋅ x2 = c/a

**Логарифм**

Определение

Логарифмом числа по *b* основанию *a* называется такое число, обозначаемое , что ****.

*a* - основание логарифма (*a > 0, a ≠ 1*),

*b* - логарифмическое число ( *b > 0*)

Десятичный логарифм: 

Натуральный логарифм:  где *e = 2,71828*

Формулы

       

  

**Дроби**

**Сложение**

 **Деление с остатком:**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | Признак | Пример |
| ***На 2*** | Числа, оканчивающиеся нулём или четной цифрой | …….6 |
| ***На 4*** | Числа, у которых две последние цифры нули или выражают число, делящееся на 4. | ……12 |
| ***На 8*** | Числа, у которых три последние цифры нули или выражают число, делящееся на 8. | …..104 |
| ***На 3*** | Числа, сумма цифр которых делится на 3. | 570612 |
| ***На 9*** | Числа, сумма цифр которых делится на 9. | 359451 |
| ***На 5*** | Числа, оканчивающиеся нулём или цифрой 5. | …….5 |
| ***На 25*** | Числа, у которых две последние цифры нули или выражают число, делящееся на 25. | ……75 |
| ***На 10*** | Числа, оканчивающиеся нулём. | ……0 |



**Формула** деления с остатком: ***n = m⋅k + r***,

где ***n*** – делимое, ***m*** - делитель, ***k*** - частное, ***r*** – остаток***: 0 ≤ r < m***

Пример:

Любое число можно представить в виде:

***n = 2k + r***, где ***r = {0; 1}***

или ***n = 4k + r***, где ***r = {0; 1; 2; 3}***

Вычитание



Умножение



Деление



Составная дробь 

**Делимость натуральных чисел:**

Пусть ***n : m = k***, где ***n, m, k*** – натуральные числа.

Тогда ***m*** – делитель числа ***n***, а ***n*** – кратно числу ***m***.

Число ***n*** называется простым, если его делителями являются

только единица и само число ***n***.

Множество простых чисел: ***{2; 3; 5; 7; 11; 13; . . .; 41; 43; 47 и т.д.}***

Числа ***n*** и ***m*** называются взаимно простыми, если у них нет общихделителей, кроме единицы.

**Десятичные числа:**

Стандартный вид: ***317,3 = 3,173⋅ 102 ; 0,00003173 = 3,173⋅ 10-5***

Форма записи: ***3173 = 3⋅ 1000 + 1⋅ 100 + 7⋅ 10 + 3***

**Модуль**

**Формулы Определение**

* ⏐*x*⏐ ≥ 0
* ⏐*x - y*⏐ ≥ ⏐*x*⏐ - ⏐*y*⏐ ****
* ⏐-*x*⏐=⏐*x*⏐
* ⏐*x ⋅ y*⏐ = ⏐*x*⏐ ⋅ ⏐*y*⏐
* ⏐*x*⏐ ≥ *x*
* ⏐*x* : *y*⏐ =⏐*x*⏐ : ⏐*y*⏐
* ⏐*x + y*⏐ ≤ ⏐*x*⏐ + ⏐*y*⏐

⏐*x*⏐2 = *x*2

**Неравенства**

Определения:

Неравенством называется выражение вида:

***a < b (a ≤ b), a > b (a ≥ b)***

******

Основные свойства:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

**Модуль: уравнения и неравенства**

1. 

2. 

3. 

4. 

5. 

**Периодическая дробь**

****** Правило: 

**Признаки делимости чисел:**

**Проценты**

Определение:

Процентом называется сотая часть от числа. ***1%A = 0,01A***

Основные типы задач на проценты:

Сколько процентов составляет число *A* от числа *B*? 

***B - 100%***

# A - x%

Сложные проценты.

Число *A* увеличилось на 20%, а затем полученное число уменьшили на 25%.

Как, в итоге, изменилось исходное число?

1. ***A1 = (100% + 20%)A = 120%A = 1,2A***
2. ***A2 = (100% - 25%)A1=75%A1 = 0,75A1 = 0,75⋅1,2A = 0,9A = 90%A***
3. ***A1 – A = 90%A – 100%A = -10%A***

⇒ Ответ: уменьшилось на 10%. Изменение величины.

Как изменится время, если скорость движения увеличится на 25%?

******

⇒ Ответ: уменьшится на 20%

******

⇒ Ответ: уменьшится на 20%

**Среднее арифметическое, геометрическое**

Среднее арифметическое: 

Среднее геометрическое: 

**Уравнение движения**

Пусть **** - уравнение движения материальной точки, где ***S*** – путь, ***t*** – время движения.

Тогда: ,

где  – скорость, - ускорение.

**Определенный интеграл**



**Первообразная элементарных функций**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № | *f(x)* | *F(x)* |  | № | *f(x)* | *F(x)* |
| 1 |  |  | 6 |  |  |
| 2 |  |  |
| 7 |  |  |
| 3 |  |  |
| 4 |  |  | 8 |  |  |
| 5 |  |  | 9 |  |  |

**Правила вычисления первообразной функции**

**Определение:** Функция ***F(x)*** называется первообразной для функции ***f(x)***, если .

|  |  |
| --- | --- |
| Функция | Первообразная |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

**Правила вычисления производной функции**

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |
|  | Сложная функция: |
|  |

**Производные элементарных функций**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № | Функция | Производная |  | № | Функция | Производная |
| 1 |  |  | 6 |  |  |
| 2 |  |  | 7 |  |  |
| 3 |  |  |
| 8 |  |  |
| 4 |  |  |
| 5 |  |  | 9 |  |  |

**Равносильные уравнения:**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Исходное уравнение |  | Равносильное уравнение (система) |
|  | ***⇔*** |  |
|  | ***⇔*** |  |
|  | ***⇔*** |  |
|  | ***⇔*** |  |

**Числовые множества:**

|  |  |
| --- | --- |
| Натуральные числа | ***N = { 1; 2; 3; 4; . .}*** |
| Целые числа | ***Z = N ∪ { 0; -1; -2; -3; …}*** |
| Рациональные числа | ***Q = Z ∪***  |
| Действительные числа | ***R = Q ∪***  |

**Тригонометрия**

**Основные триг. формулы**

** ⇒** 

 

  ⇒ 

 

**Формулы суммы функций**

 

 

 

**Формулы суммы аргументов:**

 

 

 

**Формулы произведения функций**







**Формулы половинного аргумента**

 

**Формулы двойного аргумента**







**Формула дополнительного угла**

 где

 

**Определение тригонометрических функций**



1

0

-1



*00*

*900*

*1800*

*2700*

cos

cos

0

-1

1

*00*

*900*

*1800*

*2700*





sin

sin

0

-1

1

*900*

*1800*

*2700*





tg

tg

0

-1

1

*00*

*1800*

*2700*





ctg

ctg





**Универсальная подстановка**

 

**Свойства тригонометрических функций**

|  |  |
| --- | --- |
| Функция | Свойства |
| Область определения | Множество значений | Четность-нечетность | Период |
| *cosx* |  |  | *cos(-x)= cosx* | ** |
| *sinx* |  |  | *sin(-x)= -sinx* | ** |
| *tgx* |  |  | *tg(-x)= -tgx* | ** |
| *ctgx* |  |  | *ctg(-x)= -ctgx* | ** |

**Тригонометрические уравнения**

**Косинус:**





****

**Уравнения с синусом**

***Частные формулы:***



***Общая формула:***

****

**Уравнения с тангенсом и котангенсом**

 

**Формулы обратных триг функций**

** 

|  |  |
| --- | --- |
| Если 0 < x ≤ 1, то***arccos(-x) = π - arccosx*** ***arcsin(-x) = - arcsinx*** | Если x > 0 , то***arctg(-x) = - arctgx*** ***arcctg(-x) = π - arcctgx*** |

**Обратные триг функции**

|  |  |
| --- | --- |
| Функция | Свойства |
| Область определения | Множество значений |
| *arccosx* |  | [*0; π*] |
| *arcsinx* |  | [-π/2; π/2] |
|  |  |  |
| *arctgx* |  | (-π/2; π/2) |
| *arcctgx* |  | (*0; π*) |
|

**Геометрия**

**Теорема косинусов, синусов**

**A**

**B**

**C**

a

b

c







 *Теорема косинусов:*

 

 *Теорема синусов:*

 

**Площадь треугольника**

 

**a**

**b**

****

**a**

**b**

**c**

**a**

**ha**

  

**Средняя линия**

## A

## B

## C

**a**

**b**

**c**

**nb**

 *Средняя линия* – отрезок, с соединяющий середины двух с сторон треугольника.

 Средняя линия параллельна т третьей стороне и равна е её половине: 

Средняя линия отсекает подобный треугольник, площадь которого равна одной четверти от исходного

**Равносторонний треугольник**

треугольник, у которого все стороны равны.

* Все углы равны *600*.
* Каждая из высот является одновременно биссектрисой и медианой.
* Центры описанной и вписанной окружностей совпадают.
* Радиусы окружностей: 

Площадь 

**Равнобедренный треугольник**

треугольник, у которого две стороны равны.

 1.Углы, при основании треугольника, равны

**a**

**b**

**b**

 2.Высота, проведенная из вершины, является б биссектрисой и медиан

**Прямоугольный треугольник**

**bc**

**ac – проекция катета a**

**h**

**b**

****

**a**

* Теорема Пифагора:  Площадь: 
* Тригонометрические соотношения: 
* Центр описанной окружности лежит на середине гипотенузы.
* Радиусы окружностей: 
* Высота, опущенная на гипотенузу: 
* Катеты: 

**Основные соотношения в треугольнике**

* Неравенство треугольника:

***a + b > c; a + c > b; b + c > a***

* Сумма углов: ******
* Против большей стороны лежит больший угол, и обратно, против большего угла лежит большая сторона.
* Против равных сторон лежат равные углы, и обратно, против равных углов лежат равные стороны.

## A

## B

## C

***a***

**b**

***c***

**w**

**ac**

***ab***

**Биссектриса**

*Биссектриса* – отрезок, выходящий из вершины треугольника и делящий угол пополам.

* Биссектриса делит противолежащую сторону на части , пропорциональные прилежащим сторонам: *ab : ac = b : c*
* Биссектриса делит площадь треугольника, пропорционально прилежащим сторонам.
* 

**Конус**

 ****







**вписанные углы**

**центральный угол**

***H***

 ****

**куб**

**

 *Sбок.= πR(R+L)*

***R***

**Усеченный конус**

***R1***

***R2***

**H**

 ****

 ****

O

**Вписанная окружность**

*a*

*b*

*c*

*d*

* Центр окружности, вписанной в треугольник, лежит на пересечении биссектрис треугольника.
* Если окружность вписана в произвольный четырехугольник, тогда попарные суммы противолежащих сторон равны между собой:

 ***a + b = c + d***

**Описанная окружность**

**Касательная, секущая**

O









O

O

O

* Центр окружности, описанной около треугольника, лежит на пересечении серединных перпендикуляров к его трем сторонам.
* Центр окружности, описанной около прямоугольного треугольника, лежит на середине гипотенузы.
* Около трапеции можно описать окружность только тогда, когда трапеция равнобочная.
* Если окружность описана около произвольного четырехугольника, тогда попарные суммы противолежащих углов равны между собой: 

**Длина окружности, площадь**

R

d

хорда

дуга

диаметр

радиус

O

**Длина окружности: **

**Площадь круга: **

 **Хорда**

A

B

C

D

M

*Хорда* – отрезок, соединяющий две точки окружности.

* Диаметр, делящий хорду пополам, перпендикулярен хорде.
* В окружности равные хорды равноудалены от центра окружности.
* Отрезки пересекающихся хорд связаны равенством:



**Шар**

 ** **

*H*

*R*

**Шаровой сектор**

 

*H*

*R*

 **Шаровой сегмент**

 

 

**Центральный, вписанный угол**

**Сектор**

*Сектор* – часть круга, ограниченная двумя его радиусами.

Длина дуги сектора: 

Площадь сектора: 

O

A

B



**Касательная, секущая**

O

K

A

B

C

N

M

P

*Касательная* – прямая, имеющая с окружностью одну общую точку.

*Секущая* – прямая, имеющая с окружностью две общие точки.

* 
* 
* 

**Призма**

 ****

**прямая**

**призма**

**Цилиндр**

****

****

**Медиана**

## A

## B

## C

***a***

***b***

**c**

**ma**

*Медиана* – отрезок, соединяющий вершину треугольника с серединой противоположной стороны*.*

* Медианы треугольника точкой их пересечения делятся в отношении 2:1 (считая от вершины треугольника).
* Медиана делит треугольник на два треугольника с равными площадями.



**Правильная пирамида**

##  Правильная пирамида

 пирамида, у которой в основании и правильный многоугольник, а вершина с м проецируется в центр основания.

М Все боковые рёбра равны между м м собой и все боковые грани – равные м равнобедренные треугольники.



**Усеченная пирамида**

 

 

**Скалярное произведение**

Скалярное произведение







∝

**Сумма, разность векторов**















**Углы на плоскости**

смежные углы





внутренние односторонние

вертикальные

**Перпендикулярность, коллинеарность**

Перпендикулярные вектора:



Коллинеарные вектора:



**Координаты вектора**

Координаты вектора: 

Длина вектора: 

Умножение вектора на число: 

**Свойства прямых и плоскостей**

**

*A*

*S*

*O*

*B*

*M*

*C*

*D*

**

*A*

*A’*

*B*

*B’*

*(SO)* – перпендикуляр к плоскости *(ABCD). O* – проекция точки *S.*

** – расстояние от точки *S* до плоскости *(ABCD).*

** – двугранный угол между плоскостями *(SAB)* и *(ABCD)*.

*d1*

*d2*

*A*

*B*

*C*

*D*

**

*a*

*b*

*ha*

**

Теорема о трёх перпендикулярах: 

|  |  |
| --- | --- |
| Функция | Значения |
| ** | *00* | **** | *300* | **** | *450* | **** | *600* | **** | *900* |
| *cosx* | *1* |  |  |  | *0* |
| *sinx* | *0* |  |  |  | *1* |
| *tgx* | *0* |  | *1* |  | *-* |
| *ctgx* | *-* |  | *1* |  | *0* |

**Выпуклый четырёхугольник**

d1

d2



**Произвольный выпуклый четырёхугольник:**

* Сумма всех углов равна ***3600***.
* Площадь: 

**Правильный многоугольник**

Правильным многоугольником называется многоугольник, у которого все стороны и углы равны между собой.

* Около всякого правильного многоугольника можно описать окружность и в него вписать окружность, причём центры этих окружностей совпадают.
* Сторона правильного *n*–угольника: 

Площадь правильного *n*–угольника: 

O

r

R

**Произвольный выпуклый многоугольник**

**Произвольный выпуклый многоугольник:**

* Сумма всех углов равна 
* Число диагоналей: 

**Трапеция**

***a***

***b***

***h***

***n***

**Трапеция:**

Четырёхугольник, у которого две стороны параллельны, а другие не параллельны, называется трапецией.

* Средняя линия трапеции параллельна основаниям и равна: Площадь: 

**Квадрат**

**Квадрат:**

Прямоугольник, у которого все стороны равны, называется квадратом.

* Диагональ квадрата  Площадь: 

*a*

*a*

*d*

**Ромб**

**Ромб:**

Параллелограмм, все стороны которого равны называется ромбом.

* Диагональ ромба является его осью симметрии. Диагонали взаимно перпендикулярны. Диагонали являются биссектрисами углов.
* Площадь: 

**Параллелограмм**

**Параллелограмм:**

Четырёхугольник, у которого противоположные стороны попарно параллельные называется параллелограммом.

* Середина диагонали является центром симметрии.
* Противоположные стороны и углы равны.
* Каждая диагональ делит параллелограмм на два равных треугольника.
* Диагонали делятся точкой пересечения пополам: 
* Площадь: 

**Прямоугольный параллелепипед**

 ***V=abc d2=a2+b2+c2***