Пособие по решению экономических задач

(задание 16 ЕГЭ)

1. **Экономические задачи на кредит (аннуитетные/деффиренцированные/гибридные платежи)**

**Аннуитетный платеж** – представляет собой равные ежемесячные платежи, растянутые на весь срок кредитования. В сумму платежа включены: часть ссудной задолженности и начисленный процент. При этом, в первые месяцы (или годы) кредита большую часть транша составляют проценты, а меньшую – погашаемая часть основного долга. Ближе к концу кредитования пропорция меняется: большая часть транша идет на погашение «тела» кредита, меньшая – на проценты. При этом общий размер платежа всегда остается одинаковым.

**Дифференцированный платеж** – представляет собой неравные ежемесячные транши, пропорционально уменьшающиеся в течение срока кредитования. Наибольшие платежи – в первой четверти срока, наименьшие – в четвертой четверти. «Срединные» платежи обычно сравнимы с аннуитетом. Ежемесячно тело кредита уменьшается на равную долю, процент же насчитывается на остаток задолженности. Поэтому сумма транша меняется от выплаты к выплате. Если в задаче присутствуют слова «равными платежами» или «долг уменьшается на одну и ту же величину», то речь идет о дифференцированном платеже.

**Задача 1**. В июле 2021 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

 - каждый январь долг увеличивается на 20% по сравнению с концом предыдущего года;

 - с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Сколько рублей будет выплачено банку, если известно, что кредит будет полностью погашен тремя равными платежами (то есть за три года) и общая сумма выплат после полного погашения кредита на 96500 рублей больше суммы, взятой в кредит?

*Решение*

Составим таблицу, далее выведем из таблицы математическую модель задачи:



((Sp-x)p-x)p-x=0, выразим х из математической модели, x=Sp3:(p2+p+1).

Теперь найдем переплату по кредиту 3х – S = 96500.

Подставим вместо S математическую модель (х) и получим х ∙ (3p3– p2 – p – 1) = 96500 p3.

Решив данное уравние получим 324000 рублей.

**Ответ: 324000 рублей**

**Задача 2.**  В июле планируется взять кредит в банке на сумму 1 000 000 рублей. Условия его возврата таковы:

-каждый январь долг увеличивается на 10% по сравнению с концом предыдущего года;

-с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;

-ежегодные выплаты не превышают 300 000 рублей.

На какое минимальное число рублей сумма выплат может превышать размер кредита?

*Решение*

S = 1 000 000 рублей – сумма кредита, r= 10 %, тогда p = 1 + 10/100 = 1,1. 

Для того, чтобы переплаты были минимальными, нужно, чтобы сумма ежегодных выплат принимала наибольшую возможную сумму. Поэтому примем х = 300 000 рублей, за исключением последнего платежа, сумма которого может быть меньше предыдущих платежей.

4 ∙ 300 000 + 78 980 = 1 278 980 (рублей).

Наименьшее значение переплат за весь срок кредитования:

1 278 980 – 1 000 000 = 278 980 (рублей).

**Ответ: 278 980 рублей**

**Задача 3.** В июле планируется взять кредит в банке на сумму 4,5 млн. рублей на срок 9 лет. Условия его возврата таковы:

* каждый январь долг возрастает на r % по сравнению с концом предыдущего года;
* с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
* в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

Найдите r, если известно, что наибольший годовой платеж по кредиту составит не более 1, 4 млн. рублей, а наименьший – не менее 0,6 млн. рублей?

*Решение*

Пусть S = 4,5 млн. рублей.

n = 9 лет.

r – процентная ставка;

р = r/100.

у – сумма, на которую уменьшается долг каждый год. 

1)В выделенной жёлтым цветом ячейке таблицы мы получили уравнение:

S – 9 у = 0,

из которой следует, что

S = 9 у,

у = S : 9

у = 4,5 : 9,

у = 0,5.

2)Понятно, что наибольший годовой платеж по кредиту будет выплачен в первый год (так как в этот год будут начислены самые большие проценты), а наименьший – в последний год.

По этим двум условиям составим и решим систему уравнений:

        

Вычтем из первого уравнения второе:

8 ∙ p y = 0,8

p y = 0,1

p = 0,1 : у

p = 0,1 : 0,5

p = 0,2.

Из последнего получаем, что r = 20 %

**Ответ: 20 %.**

**Задача 4.** В июле планируется взять кредит в банке в размере S тыс. рублей (где S – натуральное число) сроком на 3 года. Условия его возврата таковы:

§ каждый январь долг возрастает на 15 % по сравнению с концом предыдущего года;

§ с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;

§ в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

Найдите наименьшее число S, при котором каждая из выплат будет составлять целое число тысяч рублей.

*Решение*

Пусть S – сумма кредита.

n = 3 года.

r = 15 %;

р = r/100 = 0,15.

Запишем каждую из выплат в виде обыкновенной дроби:

0,45 S =  ∙ S =   ∙ S,

0,405 S =  ∙ S =   ∙ S,

0,45 S =  ∙ S =   ∙ S.

Для того, чтобы каждое из этих чисел было целым, число S должно делиться на знаменатель каждой из трёх дробей, т.е. должно равняться их наименьшему общему кратному.

S = НОК (20, 200, 50) = 200. 

**Ответ: 200 тысяч рублей.**

**2. Экономические задачи на вклады**

**Задача 1.** Банк купил несколько акций завода и через год продал их за 576,8 млн. рублей, получив 3 % прибыли. Какую сумму банк затратил на приобретение акций ?

Решение

Сумма 576,8 млн. рублей составляет 103 % от первоначальной стоимости акций. Важно составить модель того, как происходили накопления. Пусть А млн. рублей – сумма которую банк затратил на приобретение акций (100%).Тогда сумма акций через год будет равна выражению (А+ (3 % от А)).Итак, наше выражение примет вид: А + 0,03 А = 576,8 ;1,03 А = 576,8; А = 560

**Ответ : 560 млн. рублей.**

**Задача 2.** В банк внесен вклад 550 млн.рублей под 11 % годовых. Какая сумма денег будет на счете будет через год? Через 3 года?

*Решение*

Для ответа на первый вопрос задачи используем формулу Х(1 + 0,01р)n

550 (1+0,01 · 11) = 610,5 млн. рублей. Следует обратить внимание на то, что через каждый год сумма вклада увеличивается на 11 %, т.е начисленные проценты капитализируются ( прибавляются к сумме вклада).Отвечая на второй вопрос используем формулу: Х(1 + 0,01р) ⁿ

550( 1+0,01·11)і = 752,19705 млн. рублей - сумма вклада на счете через три года.

**Ответ :610,5 млн. рублей;752,19705 млн. рублей.**

**Задача 3.** В январе 2000 года ставка по депозитам в банке «Возрождение» составляла х % годовых, тогда как в январе 2001 года она составила у % годовых, причем известно, что x + y = 30%.

В январе 2000 года вкладчик открыл счет в банке «Возрождение», положив на него некоторую сумму

 В январе 2001 года, по прошествии года, вкладчик снял со счета пятую часть этой суммы.

Укажите значение х при котором сумма на счету вкладчика в январе 2002 года станет максимально возможной.

 *Решение*
Пусть в январе 2000 года вкладчик положил на счет *S* у. е. Тогда в январе 2001 года на счету сумма станет у. е. Но в январе же 2001 года вкладчик снял у. е. На счету осталось:

S(1+0,01х)-0,2S=0,8S+0,01Sx

В январе 2002 года сумма на счету будет равна: (0,8S+0,01Sx)(1+0,01(30-х))= -0,0001Sx2+0,005Sx+1,04S.

х0=0,005S/(2\*0,0001S)=25

**Ответ: 25**

1. **Задачи на оптимальный выбор**

Задачи на оптимальный выбор. Например, нужно найти максимальную прибыль (при соблюдении каких-либо дополнительных условий), или минимальные затраты. Сначала в такой задаче нужно понять, как одна из величин зависит от другой (или других). Другими словами, нужна та функция, наибольшее или наименьшее значение которой мы ищем. А затем — найти это наибольшее или наименьшее значение. Иногда — с помощью производной. А если функция получится линейная или квадратичная — можно просто воспользоваться свойствами этих функций.

**Задача 1.** Вика владеет двумя цветочными магазинами в городах Е. и П. В магазинах продают одинаковую продукцию, однако магазин в городе П. использует более современные технологии. Работники магазина в городе Е. трудятся t2 часов в неделю и за эту неделю производят 3t единиц продукции. Работники магазина в городе П. трудятся t2 часов в неделю и за эту неделю производят 6t единиц продукции.

За каждый час работы Вика платит сотрудникам 500 рублей. Но перед сотрудниками стоит важная задача: еженедельно они должны производить 300 единиц продукции. Какую наименьшую сумму может выплачивать Вика сотрудникам?

*Решение*

Пусть в городе Е. сотрудники работают x2 часов в неделю, а в городе П. сотрудники работают y2 часов в неделю. Пусть S, которую Вика выплачивает сотрудникам. Получаем уравнение:S = 500(x2 + y2)еженедельно должно производиться 300 единиц товара, следовательно, 3x + 6y = 300. Теперь можно подставить значение у в первое уравнение:S = 500(x2 + (50 − 0,5x))2 = 500(x2 + (2500 − 50x + 0,25x2)) = 500(1,25x2 − 50x + 2500)

Получаем, что S = 625x2 − 25000x + 1250000.

Вычислим значение *y* :=50 − 0,5x = 50 − 0,5 \* 20 = 50 − 10 = 40.

Вика должна выплачивать еженедельно:

S = 500(202 + 402) = 500(400 + 1600) = 500 \* 2000 = 1000000 рублей.

**Ответ: 1000000 рублей.**

**Задача 2.** Городские власти собрали команду художников из 44 человек, которые должны расписать два объекта в городе. Если на первом объекте работает t художников, то власти должны выплатить им 5t2 тысяч рублей. Если на втором объекте работает t художников, то власти должны выплатить им t2 тысяч рублей. Как нужно распределить художников по объектам, чтобы власти города выплатили им наименьшую сумму? Сколько тысяч рублей власти города должны будут заплатить в этом случае?

Р*ешение*

Мы можем выразить количество художников на каждом объекте через *х* и*у*. Тогда x + y = 44.Найдем, какую зарплату необходимо будет выплатить художникам на каждом объекте.

Поскольку на первом объекте работает *х*человек, по условию им необходимо выплатить 5x2 тысяч рублей.

Поскольку на втором объекте работает (44 − x) человек, им необходимо выплатить:

(44 − x)2 = 1936 − 88x + x2.

В сумме власти города должны будут выплатить:

5x2 + 1936 − 88x + x2 = 6x2 − 88x + 1936 тысяч рублей. Поскольку вершина лежит в точке 713, получаем два случая: x = 7, x = 8.

При x = 7 власти выплатят художникам

6 \* 72 − 88 \* 7 + 1936 = 294 − 616 + 1936 = 1614 тысяч рублей.

При x = 8 власти выплатят художникам

6 \* 82 − 88 \* 8 + 1936 = 384 − 704 + 1936 = 1616 тысяч рублей.

Наименьшая возможная сумма выплат художникам — это 1614 тысяч рублей.

**Ответ: 1614.**

**РЕШИ САМОСТОЯТЕЛЬНО**

1. ***Задачи на оптимальный выбор***
2. У фермера есть два поля, каждое площадью 10 гектаров. На каждом поле можно выращивать картофель и свёклу, поля можно делить между этими культурами в любой пропорции. Урожайность картофеля на первом поле составляет 400 ц/га, а на втором — 300 ц/га. Урожайность свёклы на первом поле составляет 300 ц/га, а на втором — 400 ц/га.

Фермер может продавать картофель по цене 10 000 руб. за центнер, а свёклу — по цене 11 000 руб. за центнер. Какой наибольший доход может получить фермер?

1. У фермера есть два поля, каждое площадью 10 гектаров. На каждом поле можно выращивать картофель и свёклу, поля можно делить между этими культурами в любой пропорции. Урожайность картофеля на первом поле составляет 300 ц/га, а на втором — 200 ц/га. Урожайность свёклы на первом поле составляет 200 ц/га, а на втором — 300 ц/га.

Фермер может продавать картофель по цене 10 000 руб. за центнер, а свёклу — по цене 13 000 руб. за центнер. Какой наибольший доход может получить фермер?

1. Предприниматель купил здание и собирается открыть в нем отель. В отеле могут быть стандартные номера площадью 30 квадратных метров и номера «люкс» площадью 40 квадратных метров. Общая площадь, которую можно отвести под номера, составляет 940 квадратных метров. Предприниматель может определить эту площадь между номерами различных типов, как хочет. Обычный номер будет приносить отелю 4000 рублей в сутки, а номер «люкс» — 5000 рублей в сутки. Какую наибольшую сумму денег сможет заработать в сутки на своем отеле предприниматель?
2. Предприниматель купил здание и собирается открыть в нем отель. В отеле могут быть стандартные номера площадью 21 квадратный метр и номера «люкс» площадью 49 м2. Общая площадь, которую можно отвести под номера, составляет 1099 м2. Предприниматель может поделить эту площадь между номерами различных типов, как хочет. Обычный номер будет приносить отелю 2000 рублей в сутки, а номер «люкс» — 4500 рублей в сутки. Какую наибольшую сумму денег сможет заработать в сутки на своем отеле предприниматель?
3. В начале 2001 года Алексей приобрел ценную бумагу за 7000 рублей. В конце каждого года цена бумаги возрастает на 2000 рублей. В начале любого года Алексей может продать бумагу и положить вырученные деньги на банковский счет. Каждый год сумма на счет будет увеличиваться на 10%. В начале какого года Алексей должен продать ценную бумагу, чтобы через пятнадцать лет после покупки этой бумаги сумма на банковском счете была наибольшей?
4. ***Задачи на кредит с аннуитетным платежом***
5. 1 января 2015 года Иван Сергеевич взял в банке 1 млн. рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая: 1-го числа каждого следующего месяца банк начисляет 2% на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 2%), затем Иван Сергеевич переводит в банк платёж. На какое минимальное количество месяцев Иван Сергеевич может взять кредит, чтобы ежемесячные выплаты были не более 200 тыс. рублей.
6. 1 января 2015 года Андрей Владимирович взял в банке 1,1 млн. рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая: 1 числа каждого следующего месяца банк начисляет 3 процента на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 3%), затем Андрей Владимирович переводит в банк платёж. На какое минимальное количество месяцев Андрей Владимирович может взять кредит, чтобы ежемесячные выплаты были не более 220 тыс. рублей?
7. 31 декабря 2018 года Роман взял в банке 8599000 рублей в кредит под 14% годовых. Схема выплаты кредита следующая – 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга(то есть увеличивает долг на 14%), затем Роман переводит в банк Х рублей. Какой должна быть сумма Х, чтобы Роман выплатил долг тремя равными платежами (то есть за 3 года)?
8. 31 декабря 2019 года Виктор взял в банке 3276000 рублей в кредит под 20 % годовых. Схема выплаты кредита следующая – 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 20 %), затем Виктор переводит в банк Х рублей. Какой должна быть сумма Х, чтобы Виктор выплатил долг тремя равными платежами (то есть за 3 года)?
9. 31 декабря 2017 года Пётр взял в банке некоторую сумму в кредит под некоторый процент годовых. Схема выплаты кредита следующая — 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на а %), затем Пётр переводит очередной транш. Если он будет платить каждый год по 2 592 000 рублей, то выплатит долг за 4 года. Если по 4 392 000 рублей, то за 2 года. Под какой процент Пётр взял деньги в банке?
10. В августе 2017 года взяли кредит. Условия возврата таковы:

— каждый январь долг увеличивается на *r*%;

— с февраля по июль необходимо выплатить часть долга.

Кредит можно выплатить за три года равными платежами по 38 016 рублей, или за два года равными платежами по 52 416 рублей.

Найдите *r*.

1. **Задачи на дифференцированный платеж**
2. Планируется выдать льготный кредит на целое число миллионов рублей на четыре года. В середине каждого года действия кредита долг заемщика возрастает на 20% по сравнению с началом года. В конце 1-го и 2-го годов заемщик выплачивает только проценты по кредиту, оставляя долг неизменно равным первоначальному. В конце 3-го и 4-го годов заемщик выплачивает одинаковые суммы, погашая весь долг полностью. Найдите наименьший размер кредита, при котором общая сумма выплат заемщика превысит 10 млн. рублей.
3. Планируется выдать льготный кредит на целое число миллионов рублей на четыре года. В середине каждого года действия кредита долг заемщика возрастает на 25% по сравнению с началом года. В конце 1-го и 2-го годов заемщик выплачивает только проценты по кредиту, оставляя долг неизменно равным первоначальному. В конце 3-го и 4-го годов заемщик выплачивает одинаковые суммы, погашая весь долг полностью. Найдите наименьший размер кредита, при котором общая сумма выплат заемщика превысит 5 млн. рублей.
4. В июле 2026 года планируется взять кредит в банке на три года в размере S млн. руб., где S - целое число. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 25% по сравнению с концом предыдущего года;

- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;

-в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Месяц, год | Июль 2026 | Июль 2027 | Июль 2028 | Июль 2029 |
| Долг (в млн. руб.) | S | 0,7S  | 0,4S  | 0 |

Найдите наименьшее значение S, при котором каждая из выплат будет больше 5 млн. рублей.

1. В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на три года в размере S млн. руб., где S - целое число. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 15% по сравнению с концом предыдущего года;

- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;

-в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Месяц, год | Июль 2020 | Июль 2021 | Июль 2022 | Июль 2023 |
| Долг (в тыс. руб.) | S | 0,7S  | 0,4S  | 0 |

Найдите наименьшее значение S, при котором каждая из выплат будет составлять целое число тысяч рублей.

1. 15-го января планируется взять кредит в банке на 20 месяца. Условия его возврата таковы:

 — 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;

 — со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

 — 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что за первые 10 месяцев нужно вернуть банку 1179 тыс. руб. Какую сумму планируется взять в кредит?

1. 15-го января планируется взять кредит в банке на 24 месяца. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 1% по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что за последние 12 месяцев нужно вернуть банку 1597,5 тыс. руб. Какую сумму планируется взять в кредит?

1. 15-го де­каб­ря пла­ни­ру­ет­ся взять кре­дит в банке на 11 ме­ся­цев. Усло­вия воз­вра­та та­ко­вы:

 — 1-го числа каж­до­го ме­ся­ца долг воз­рас­та­ет на 3% по срав­не­нию с кон­цом преды­ду­ще­го ме­ся­ца;

 — со 2-го по 14-е число каж­до­го ме­ся­ца не­об­хо­ди­мо вы­пла­тить часть долга;

 — 15-го числа каж­до­го ме­ся­ца с 1-го по 10-й долг дол­жен быть на 80 тысяч руб­лей мень­ше долга на 15-е число преды­ду­ще­го ме­ся­ца;

 — к 15-му числу 11-го ме­ся­ца кре­дит дол­жен быть пол­но­стью по­га­шен.

 Какой долг будет 15-го числа 10-го ме­ся­ца, если общая сумма вы­плат после пол­но­го по­га­ше­ния кре­ди­та со­ста­вит 1198 тысяч руб­лей?

1. 15-го де­каб­ря пла­ни­ру­ет­ся взять кре­дит в банке на сумму 300 тысяч руб­лей на 21 месяц. Усло­вия воз­вра­та та­ко­вы:

 — 1-го числа каж­до­го ме­ся­ца долг воз­рас­та­ет на 2% по срав­не­нию с кон­цом преды­ду­ще­го ме­ся­ца;

 — со 2-го по 14-е число каж­до­го ме­ся­ца не­об­хо­ди­мо вы­пла­тить часть долга;

 — 15-го числа каж­до­го ме­ся­ца с 1-го по 20-й долг дол­жен быть на одну и ту же сумму мень­ше долга на 15-е число преды­ду­ще­го ме­ся­ца;

 — 15-го числа 20-го ме­ся­ца долг со­ста­вит 100 тысяч руб­лей;

 — к 15-му числу 21-го ме­ся­ца кре­дит дол­жен быть пол­но­стью по­га­шен.

 Най­ди­те общую сумму вы­плат после пол­но­го по­га­ше­ния кре­ди­та.

**Ответы:**

1. 1) 84 млн. руб., 2) 69 млн. руб., 3) 125000 руб., 4)104500 руб 5) 2008
2. 1) 6 месяцев 2) 6 месяцев 3) 3703860 рублей 4) 155520 рублей

 5) 20% 6) 20%

1. 1) 6 млн. руб., 2)3 млн. руб., 3) 11млн.руб. 4) 200 тыс. руб

 5) 1200000руб. 6) 3000000 руб 7) 200000 руб. 8) 384000 руб

Адрес публикации: <https://www.prodlenka.org/metodicheskie-razrabotki/584701-posobie-po-resheniju-jekonomicheskih-zadach-z>